

**Series + Series + Series + ...**  
by **Linda Schobert**

Determine whether each series is absolutely convergent, conditionally convergent, or divergent.

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \tan^{-1}\left(\frac{n}{2}\right)$

2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2n^2 + 1}$

3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 2^n}{n!}$

4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(1-n)}{2n}$

5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n\sqrt{n+1}}$

6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$

7)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3 + 1}}$

8)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^{n+2}}{n^n}$

9)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{2n^2 + 1}$

10)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos n}{n^2 + 1}$

11)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{2}{3n^2}\right)$

12)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^3}$

13)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2 e^n}$

14)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2 + 1}{n^2}$

15)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n(n+1)}$

16)  $\sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{1}{n+1}\right)$

17)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

18)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n(n+1)}{n^n}$

19)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1 + \ln n}{n}$

20)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^2}$

21)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)$

22)  $\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n}$

23)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1}}{n!}$

24)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n 2^n}$

25)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin(n^2+1)}{n^2+1}$

26)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

27)  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi$

28)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2 + n - 1}$

29)  $\sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{1}{2n}\right)$

30)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{2n}}$

31)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sec(n\pi)$

32)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^2}\right)$

33)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^3 + 1}}$

34)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{4^n}$

35)  $\sum_{n=1}^{\infty} \tan^{-1} n$

36)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$

- 37)**  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{4^n}$       **38)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right)$       **39)**  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$
- 40)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \tan \left(\frac{\pi}{n^2}\right)$       **41)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 1}$       **42)**  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{3^k + 1}$
- 43)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n + 1)}$       **44)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3n + 1}$       **45)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n}$
- 46)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi$       **47)**  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n e^{-n}$       **48)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$
- 49)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9n^3 + 5n^2}{n^{5/2} + 4}$       **50)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{2n + 1}}$       **51)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \left(\frac{\pi}{n}\right)$
- 52)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n + 2}{n^3 + 1}$       **53)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 4}{n\sqrt{3n - 2}}$       **54)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^3}$
- 55)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n-1}}{n^2 + 2n}$       **56)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$       **57)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$
- 58)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 4}{e^n}$       **59)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}$       **60)**  $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 e^{-n^4}$
- 61)**  $\sum_{n=4}^{\infty} \left(\frac{1}{n-3} - \frac{1}{n}\right)$       **62)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} + 100}$       **63)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 5n}{3 + 5n^2}$
- 64)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4 + 1}}$       **65)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{11} \left(\frac{-3}{2}\right)^n$       **66)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 1}}$
- 67)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{n^3 + e^n}$       **68)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-4)^{3n}}{5^n}$       **69)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)^n$
- 70)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2^n + 1}$       **71)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{2n^3 - 1}$       **72)**  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$
- 73)**  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin^3 \left(\frac{1}{n}\right)$       **74)**  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2}$       **75)**  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n(\ln n)^3}$

## ANSWERS

- |        |        |        |
|--------|--------|--------|
| 1) D   | 2) AC  | 3) AC  |
| 4) D   | 5) AC  | 6) D   |
| 7) D   | 8) AC  | 9) CC  |
| 10) AC | 11) AC | 12) AC |
| 13) D  | 14) D  | 15) AC |
| 16) D  | 17) D  | 18) AC |
| 19) CC | 20) AC | 21) AC |
| 22) AC | 23) D  | 24) AC |
| 25) AC | 26) AC | 27) D  |
| 28) AC | 29) D  | 30) AC |
| 31) D  | 32) AC | 33) D  |
| 34) AC | 35) D  | 36) AC |
| 37) AC | 38) D  | 39) D  |
| 40) AC | 41) D  | 42) AC |
| 43) AC | 44) D  | 45) CC |
| 46) D  | 47) AC | 48) CC |
| 49) D  | 50) CC | 51) AC |
| 52) AC | 53) D  | 54) AC |
| 55) D  | 56) AC | 57) D  |
| 58) AC | 59) AC | 60) AC |
| 61) AC | 62) D  | 63) D  |
| 64) AC | 65) D  | 66) AC |
| 67) AC | 68) D  | 69) AC |
| 70) AC | 71) AC | 72) D  |
| 73) AC | 74) AC | 75) AC |